საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია „ეკოლოგიის თანამედროვე პრობლემები“
შრომები, ISSN 1512-1976, ტ. 7, თბილისი-თელავი, საქართველო, 26-28 სექტემბერი, 2020
International Scientific Conference „Modern Problems of Ecology“
Proceedings, ISSN 1512-1976, v. 7, Tbilisi-Telavi, Georgia, 26-28 September, 2020
Международная научная конференция „Современные проблемы экологии“
Труды, ISSN 1512-1976, т. 7, Тбилиси-Телави, Грузия, 26-28 сентября, 2020

სტატისტიკური მახასიათებლების საანგარიშო კვლევის მეთოდიკა ე.გ.მ-ზე

ბერაძე ც.

ქუთაისის აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ანოტაცია: თანამედროვე პირობებში არსებობს მრავალი მეთოდი, რითაც ხდება სისტემის ელემენტების ფუნქციონირება და რომლებიც მათემატიკურ მოდელში წარმოადგენენ რეგრესიულ ნაწილს, რაც მოცემულია შემთხვევითი რიცხვების საშუალებით. ამისათვის საჭიროა შემთხვევითი რიცხვების და ფსევდოშემთხვევითი რიცხვების გენერაცია.

ნაშრომში მოცემულია შემთხვევითი რიცხვების გენერაციის პირობები და მასთან ნებისმიერად განაწილებული კანონის მქონე შემთხვევითი რიცხვების მიღების მიმდევრობა. პარამეტრებად, ამ შემთხვევაში შერჩეულია [0,1] შუალედში თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდეები. განხილულია შემთხვევითი რიცხვების გენერაციის ყველაზე მეტად გავრცელებული მეთოდები.

ამრიგად, მოყვანილია ანგარიშის შედეგები და ნაჩვენებია, რომ საწყისი ინტერვალის უგულებელყოფას, მივყავართ მათემატიკური მოლოდინის შეფასების სიზუსტის მნიშვნელოვნად გაზრდასთან - რეალურთან შედარებით.
საკვანძო სიტყვები: შემთხვევითი რიცხვები, მათემატიკური მოლოდინი.

ატმოსფეროში არსებული დამაბინძურებელი ნახშირორჟანგის დაახლოებით 75%-ის წყარო მანქანებია. გაუმჯობესებული ტექნოლოგიური პროცესები საშუალებას იძლევა გაუფრთხილდეს გარემოს და მომავალ თაობებს ჯანსაღი საარსებო საშუალება შეუნარჩუნოს.

მოძრაობის რეალური პროცესი წარმოადგენს დრეკადი და დემპფერული ელემენტებით დაკავშირებული ცალკეული ქვესისტემების შემთხვევით რიცხვებს. დატვირთულობის შემთხვევაში ხასიათი გამოწვეულია გზის ზედაპირიდან შემთხვევითი ზემოქმედებით. აქედან გამომდინარე, რთული ურთიერთდაკავშირებული დინამიკური სისტემის მუშაობის სწორი შეფასებისათვის მიზანშეწონილია ალბათობის და სტატისტიკური დინამიკის თეორიის მეთოდების გამოყენება.

რხევის სტატისტიკური ანალიზის მიზანია მივიღოთ სარწმუნო ინფორმაცია მისი მოძრაობისას წარმოქმნილი შემთხვევითი პროცესების ამპლიტუდური და სიხშირული შედგენილობის შესახებ.

დინამიკური სისტემის სტატისტიკური კვლევის მეთოდები შეიძლება გაიყოს ორ დიდ ჯგუფად. ერთია სპექტრული მეთოდები, მეორე კი იმიტაციური მოდელირების მეთოდები.

შემთხვევითი პროცესების ძირითადი თვისებების აღწერისათვის გამოიყენება ოთხი ფუნქცია:

1. პროცესის საშუალო მნიშვნელობა;
2. კვადრატული გადახრა;

3. ავტოკორელაციური ფუნქცია;

4. სპექტრული სიმკვრივე.

მრავალი კვლევებით დადგენილია, რომ მობილური მანქანის დინამიკურ სისტემაში მიმდინარე პროცესები, ერთი და იგივე პირობებში წარმოადგენს სტაციონალურ ერგოდიკულ პროცესებს. ეს საშუალებას იძლევა, რაც შეიძლება ერთთან მიახლოებული ალბათობით, მივიღოთ სტატისტიკური მახასიათებლები, საკმაოდ დიდი (თეორიულად უსასრულო) ხანგრძლივობის ერთი რეალიზაციის დროში გასაშუალოების რომელიმე ოპერაციის შედეგად.

საანგარიშო კვლევებისას გამომავალი პროცესები წარმოდგენილია რიცხვითი ფორმით, ხოლო ექსპერიმენტალური შედეგები შემდგომი დამუშავებისათვის გარდავქმნათ რიცხვით ფორმაში. ამისათვის ტარდება წინასწარი დამუშავების პირველი რიგის ოპერაციები ჩატარებული კვლევების სიზუსტის ამაღლებისათვის.

განიხილება შემთხვევითი რიცხვების გენერაციის ყველაზე მეტად გავრცელებული მეთოდები:

1. კვადრატების მეთოდი. პირველი შემთხვევითი რიცხვი მიიღება შემთხვევითი რიცხვების გენერატორის შესავალზე ნულის მიწოდებით, მომდევნო შემთხვევითი რიცხვების გენერატორის შესავალზე ნულის მიწოდებით. მომდევნო შემთხვევითი რიცხვის მნიშვნელობა მიიღება მანამდე მიღებული შემთხვევითი რიცხვების კვადრატების ჯამის გატარებით შემთხვევითი რიცხვების გენერატორში:

$$\xi_{n+1} = RND(\sum_{i=1}^{n} \xi_i^2)$$

2. გამრავლების მეთოდი. ორი წინა შემთხვევითი რიცხვი მრავლდება და მიიღებენ შემდგომ შემთხვევით რიცხვს: $\xi_{n+1} = RND(\xi_{n-1}\xi_n)$;

3. მულტიპლიკაციურ კონგრუენტული მეთოდი. შემთვევითი რიცხვის მიმდინარე მნიშვნელობა აიღება მუდმივი მამრავლის λ -ს და წინა შემთხვევითი რიცხვის ნამრავლის მეორე მუდმივაზე (m-ზე) განაყოფის ნაშთის ტოლი:

$$\xi_{n+1} = \lambda\xi_n/m$$

4. არეული კონგრუენტული მეთოდი. განსხვავდება წინამდებარედან იმით, რომ განაყოფის ნაშთს ემატება რაიმე η მუდმივა: $\xi_{n+1} = \lambda\xi_n m + \eta$.

ფსევდოშემთხვევით თანაბრად განაწილებულ რიცხვებს ყოველთვის სჭირდებათ რაიმე ტესტის გავლა, რათა მიღებულ იქნას შემთხვევითი რიცხვების ნამდვილი მიმდევრობა.

გამოყენებულია ძირითადად ფსევდოშემთხვევითი თანაბრად განაწილებული რიცხვების შემოწმების სამი ტიპი, რომელიც შემდეგში მდგომარეობს:

1 . შემოწმება პერიოდულობაზე. მოითხოვს თავიდანვე აღწერილ იქნას პერიოდის მნიშვნელობა და აპერიოდულობის შუალედის ზღვარი. პერიოდის სიდიდის დასადგენად სრულდება შემდეგი მიმდევრობა:

1.1. ინტუიციურად ფსევდოშემთხვევითი რიცხვების გენერატორი გადაგვაქვს მოცემული შულედის ზღვარს გარეთ;

1.2. არეგისტრირებენ ამ დროს მიღებულ შემთხვევითი რიცხვების შუალედს;

1.3. ახდენენ შემთხვევითი რიცხვების გენერაციას და ადარებენ მას დარეგისტრირებულ რიცხვებთან, აითვლიან შემთხვევითი რიცხვების რაოდენობას, რომლებიც ემთხვევიან

რეგისტრირებულ შემთხვევით რიცხვებს და ამ რაოდენობას აიღებენ პერიოდის ტოლ მნიშვნელობად.

2. აპერიოდულობის შუალედის დადგენა. მის დასადგენად ასრულებენ შემდეგ ქმედებებს:

2.1. ახდენენ შემთხვევითი რიცხვების გენერაციას გამოსაკვლევი გენერატორის საშუალებით, მიიყვანენ მათ რიცხვს პერიოდის რიცხვებამდე; ამის შემდგომ მეორე გენერატორის საშუალებით პარალელურად ახდენენ ანალოგიური პერიოდით შემთხვევითი რიცხვების გენერაციას;

2.2. ახდენენ ორივე გენერატორით შემთხვევითი რიცხვების გენერაციას და პირველი გენერატორის მიერ გენერირებული რიცხვების რაოდენობის ათვლას, თან ახდენენ შედარებას შესაბამის პერიოდში უკვე გენერირებულ რიცხვებთან და მეორე გენერატორისაგან გენერირებულ რიცხვებთან.

2.3. აითვლიან რიცხვების რაოდენობას, რომელიც წარმოადგენს აპერიოდულობის შუალედს.

3. შემოწმება შემთხვევითობაზე. ამ დროს გამოიყენება შემოწმება სიხშირეზე, წყვილობაზე, კომბინაციაზე, სერიულობაზე, კორელაციაზე. მიღებულ ემპირიულ განაწილებას ადარებენ თეორიულს და შესადარებლად იყენებენ შესაბამისობის კრიტერიუმებს.

3.1. სიხშირის შემოწმების ტესტი ითვალისწინებს დიაპაზონის დანაწილებას I ინტერვალებად და იმ შემთხვევაში რიცხვების რაოდენობის ათვლას, რომლებიც მოხვდებიან გამოყოფილ ინტერვალში. მოცემულ ინტერვალში მოხვედრის ალბათობა წარმოგვიდგება შემდეგი სახით:

$$P_i = \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{1}{a_i - a_0} dx = \frac{a_i - a_{i-1}}{a_i - a_0},$$

სადაც a_i- i- რი ინტერვალის ზემო ზღვარია.

3.2. წყვილების ტესტი მდგომარეობს „1“-ის რაოდენობის დათვლაში. ყველა თანრიგის შემთხვევითი რიცხვისთვის. ამ შემთხვევაში გამოიყენება შესაბამისობის x^2კრიტერიუმი ერთი თავისუფლების ხარისხით. „1“-ის თეორიული გამოჩენის ალბათობა უდრის შემთხვევითი რიცხვების განაწილების ალბათობის და ტოლია p=1/2. თანრიგული ანალიზი საშუალებას იძლევა უგულებელყოფილი იქნას არა შემთხვევითი თანრიგები, რომლებიც გამოდიან რიცხვის დაბალი თანრიგებიდან.

3.3. კომბინაციის ტესტი ითვლის შემთხვევით რიცხვებში „1“-ის რაოდენობას. ასევე შეიძლება შესაბამისობის კრიტერიუმის გამოყენება. თეორიულად i კომბინაციაში „1“-ის გამოჩენის ალბათობა იქნება:

$$P_i = \frac{k!}{i!\,(k-i)2^k},$$

სადაც, k - შემთხვევითი რიცხვების თანრიგების რაოდენობაა.

3.4. ტესტი სერიულობაზე ერთგვაროვანი შემთხვევითი რიცხვების მიმდევრობის სხვადასხვა სიგრძეების რაოდენობის დათვლაში მდგომარეობს. შესაძლებელია შესაბამისობის კრიტერიუმების გამოყენება, თეორიულად $P_i = R_i / N_s$,

სადაც, $R_i - i$ სიგრძის სერიათა რაოდენობაა N რაოდენობის შემთხვევით რიცხვებში; N_s - სერიების საერთო რაოდენობაა N შემთხვევით რიცხვებში.

3.5. კორელაციის ტესტი მდგომარეობს კორელაციის კოეფიციენტის დადგენაში. ამ დროს სრულდება შემდეგი მოქმედება:

3.5.1. უშვებენ ორ შემთხვევითი რიცხვების გენერატორს განსხვავებული აპერიოდულობის შუალედებით;

3.5.2. შუალედების ამ მიმდევრობებს შორის აითვლიან კორელაციის კოეფიციენტს.

3.6. ტესტი თანაბრობაზე, მდგომარეობს სიხშირის ტესტის გამოყენებაში, რადგან სიხშირეების ჰისტოგრამა კარგად ასახავს შემთხვევითი რიცხვების განაწილების თანაბრობას მთელ დიაპაზონზე. თანაბარი განაწილების თანაბრობას მთელ დიაპაზონზე. თანაბარი განაწილების დროს $\left[m_i = \frac{a_i - a_0}{2}\right.$ და $\left.\sigma = (a_i - a_0)/(2\sqrt{3})\right]$ ნდობის ალბათობა β -იმისა, რომ მათემატიკური მოლოდინი m_i^* არ გავა ნდობის ინტერვალის გარეთ, არის β, რაც შემდეგნაირად ჩაიწერება: $P\{|m_i - m_i^*| < \varepsilon\} = \beta$ ან $P\{m_i - \varepsilon < m_i^* < m_i + \varepsilon\} = \beta$

β -ს მნიშვნელობა ძალზე დიდია და შეადგენს 0,9; 0,95; 0,99.

გარკვეული კანონით განაწილებული შემთხვევითი რიცხვების გენერაციისათვის გამოყენებულია შემდეგი მეთოდები:

1. შებრუნებული ფუნქციის მეთოდი. მეთოდი საფუძვლად იყენებს შემდეგ თეორემას: თუ შემთხვევით სიდიდეებს გააჩნია განაწილების კანონი $f(\xi)$, შემთხვევითი სიდიდეების განაწილება $r = \int_a^\xi f(\xi)d\xi$ არის თანაბარი [0,1] ინტერვალში, სადაც დიაპაზონის ქვედა საზღვარს წარმოადგენს შემთხვევითი სიდიდე ξ, მის მისაღებად სიმკვრივით $f(\xi)$, საჭიროა ამოიხსნას შემდეგი ტოლობა: $r_i = \int_a^\xi f(\xi)d\xi$

მეთოდის დადებით თვისებას წარმოადგენს მეთოდის სიზუსტე და საანგარიშო ცხრილების თავიდან აცილება, რაც გამორიცხავს ზედმეტი მეხსიერების დაკავებას, ხოლო უარყოფითს მისი გამოყენების შეზღუდული დიაპაზონი, ვინაიდან განსაზღვრულია ისეთი სიმკვრივის მქონე შემთხვევითი სიდიდეებისათვის, რომლების ინტეგრალის გამოთვლა შესაძლებელია ანალოგიურად. აქედან გამომდინარე საჭიროებს მანქანური რესურსების დიდ რაოდენობას, რაც დაბალი რესურსების კომპიუტერებში დამატებით სიძნელეებს წარმოქმნის.

2. ცხრილური მეთოდი. მეთოდი გამოიყენება ძირითადად იმიტაციური პროგრამირების ენებში. არგუმენტად გამოიყენება თანაბრად განაწილებული r შემთხვევითი რიცხვი, განაწილების კანონად მოცემულია ფუნქცია- მიმდევრობა x_i რიცხვებისა. ამ მიზნით ფორმირდება $< a_i, x_i >, i = 1, N$. ξ- შემთხვევითი რიცხვების გენერაცია მიიღება წრფივი ინტერპოლაციის გამოყენებით:

$$\xi = x_{i+1} + \frac{r_i - a_{i-1}}{a_i - a_{i-1}}(x_i - x_{i+1}),$$

სადაც საჭირო ინტერვალის $a_{i-1} < r_j \leq a_i$, $i = \overline{1,N}$, $j = \overline{1,I}$ ძებნა ხდება შედარებითი მიმდევრობითი მეთოდით. ეს ინტერვალი უნდა მოიძებნოს j რიცხვის ინტერვალის საზღვრებთან ისე, რომ შესრულდეს პირობა $a_{i-1} < r_j \leq a_i$, $i = \overline{1,J}$.

დადებითი მხარეებია: ნებისმიერი განაწილების კანონის მქონე შემთხვევითი რიცხვების გენერაცია; ნებისმიერი სიზუსტის მიღება ინტერვალის რიცხვის გაზრდით; საჭიროა მხოლოდ ერთი შემთხვევითი რიცხვი; საჭიროა მარტივი გარდაქმნების ჩატარება.

3. მეთოდი რომელიც დამოკიდებულია განაწილების ფუნქციონალურ თავისებურებაზე. მეთოდი გამოიყენება იმ შემთხვევაში, როცა ანალიზურად ინტეგრალის გამოთვლა სიმკვრივის

ფუნქციიდან არ შეიძლება. მაგალითად, შემთხვევითი რიცხვები ξ , რომელსაც გააჩნია სპეციალური ერლანური განაწილება, შეიძლება მივიღოთ κ თანაბრად განაწილებული r_i შემთხვევითი რიცხვებით:

$$\xi = -\frac{1}{\kappa\mu}\sum_{i=1}^{k}\ln(r_i) = -\frac{1}{\kappa\mu}\ln\left(\prod_{i=1}^{k} r_i\right).$$

4. ნორმალურად განაწილებული შემთხვევითი რიცხვების მისაღებად გამოიყენება ცენტრალური ზღვრული თეორემა. რომლის საფუძველზე შეკრებენ N თანაბრად განაწილებულ შემთხვევით რიცხვებს და იღებენ ნორმალურად განაწილებულ შემთხვევით რიცხვს. მიიღებენ რომ N=1,2,...,20. თუ თანაბრად განაწილებული რიცხვების შეკრებისას [0,1] ინტერვალში ჯამის მათემატიკური მოლოდინი $m_i\beta = N/2$ და საშუალო კვადრატული გადახრა $\sigma = \frac{\sqrt{n}}{2\sqrt{3}}$, მაშინ ნორმალური განაწილების მისღებად, რომლის $m_i = 0, \sigma = 1,$ საჭიროა შემდეგი გარდაქმნების ჩატარება.

$$\xi = \frac{\sum_{i=1}^{N} r_\eta - N/2}{\sqrt{N}/(2\sqrt{3})}\sigma + m_i,$$

სადაც, $\sigma -$ საშუალო კვადრატული გადახრაა, m_i- საჭირო მათემატიკური მოლოდინია გენერირებული შემთხვევითი რიცხვებისათვის.

ლიტერატურა

1. Ермаков С. М. Математичеслая теория оптимального эксперимепта. // Москва, Наука,1987.
2. Шенон Р. Имитационное моделирование систем. // Искуство и наука, Москва, Мир, 1978.
3. ოდიშარია კ., ხოშტარია ს., ებანოიძე ჟ. სისტემების და პროცესების მოდელირება. // თბილისი, 2011.

REPORTING OF STATISTICAL CIRCUITS RESEARCH METHODOLOGY ON CALCULATOR MACHINE

Beradze Ts.

Summary: In modern conditions there are numerous methods which allow for the functioning of the elements of the system and which are the regressive part in a mathematical model, which is given by means of random numbers. To that end, it is necessary to generate random numbers and pseudo-random numbers.
The paper dwells on the random numbers generation conditions and the sequence of obtaining random numbers with any distribution law. In this case, as parameters, there have been selected the random values equally distributed within the interval [0,1]. The paper also describes the most common methods of random number generation.
Thus, the paper presents the calculation results and demonstrates that the neglect of an initial interval leads to a significant increase in the assessment accuracy of mathematical expectation, as compared with a real one.
Key words: Random numbers, mathematical expectation.