

არც მტრედის სტრატეგიები არ დააკმაყოფილებენ ევოლუციურად მდგრადობის პირობებს.

მაგალითი 2. არაანტაგონისტური კონკურენციის მოდელი „ქორი-მტრედი“.

ევოლუციური თამაშის ეს მოდელი მოიცემა ბიმატრიცული თამაშის მოგების (M_1, M_2) მატრიცით (2):

$$(M_1, M_2) = \begin{array}{c|cc} & D & H \\ \hline D & (5,5) & (-10,10) \\ H & (10,-10) & (-100,-100) \end{array} . \quad (2)$$

მოცემულ თამაშში გვაქვს ნეშის სამი წონასწორული სიტუაცია, მათგან ორი (H, D) , (D, H) წმინდა სტრატეგიებში და ერთადერთი შერეულ სტრატეგიებში, როცა D აირჩევა $\frac{18}{19}$ ალბათობით და H აირჩევა $\frac{1}{19}$ ალბათობით. სამივე ეს სტრატეგია ამავე დროს ევოლუციურად მდგრადი სტრატეგიებია.

ლიტერატურა

1. ბელთაძე გ. თამაშთა თეორია: ურთიერთობათა და წონასწორობის მათემატიკური თეორია. //საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საგამომცემლო სახლი “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, თბილისი, 2016, 505 გვ.

RELATIONSHIPS BETWEEN EVOLUTIONARILY STABLE STRATEGIES IN EVOLUTIONARY ECOLOGY

Beltadze G.N.

Summary

Using evolutionary game theory in evolutionary ecology, it is proved that populations are subject to an evolutionarily stable strategy (species). No other strategy can win over it in the population, because its adaptation to the environment is less than a sustainable strategy. Relevant models are listed.

Key words: evolutionary ecology, evolutionary game theory, species, population, Evolutionarily stable strategies.

პალიასტომის ტბის ფსკერულ ნალექებში მძიმე მეტალების განაწილების რიცხვითი მოდელირება

გირგვლიანი ა., ძნელაძე ა.

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

აბსტრაქტი: ნაშრომში წარმოდგენილია პალიასტომის ტბის ფსკერულ ნალექებში მძიმე მეტალების განაწილების ორგანოზომილებიანი რიცხვითი მოდელი. აღნიშნული მოდელი ჩართულია „ბრტყელი“ წყალსაცავების დინამიკური მახასიათებლების მოდელირებისათვის შემუშავებულ პროექტში და რეალიზებულია C++ ენაზე Visual Studio გარემოში. მოდელის აპრობაცია განხორციელებულია სხვადასხვა მეტალებისათვის ჩატარებული რიცხვითი ექსპერიმენტებით. სტატიაში მოყვანილია

სავარაუდო მოდელური ატმოსფერული ზემოქმედების პირობებში მეტალების შესაძლო გავრცელების პროგნოზირების მიზნით ჩატარებული სიმულაციური ექსპერიმენტების შედეგები.

საკვანძო სიტყვები: რიცხვითი მოდელირება, სუბსტანციის გადატანა-დიფუზიის განტოლებები, პალიასტომის ტბა, ფსკერული ნალექები, მძიმე მეტალები.

შიდა წყალსაცავებში მიმდინარე დინამიკური და ეკოლოგიური პროცესების შესწავლას დიდი მნიშვნელობა გააჩნია ისეთი პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად როგორცაა: წყლის რესურსების ათვისება და რაციონალურად გამოყენება, გარემოს დაცვა, ჰიდროტექნიკური ნაგებობების დაპროექტება და მშენებლობა, ბიომრავალფეროვნების შენარჩუნება და სხვა. შესასწავლი პროცესები მაღალი არაწრფივობით გამოირჩევა და მათი შესაბამისი მათემატიკური მოდელები იგება სუბსტანციის გადატანა-დიფუზიის არაწრფივ კერძოწარმოებულნიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის საფუძველზე. მიღებული ამოცანების ამოხსნა ზოგად შემთხვევაში პრაქტიკულად შეუძლებელია და ამიტომ საჭირო ხდება, შესაბამისი მათემატიკური მოდელების გამარტივება: განტოლებებში შემავალი არაწრფივი წევრების უგულვებლყოფით, არაწრფივი წევრების კოეფიციენტების „გაყინვით“, სამგანზომილებიანი ამოცანების დაყვანით ორგანზომილებიანებად და ა.შ.

[1-3] ნაშრომებში წარმოდგენილია ტბის ორგანზომილებიანი მოდელის რეალიზაციისათვის შექმნილი აპლიკაცია, რომელიც წარმოადგენს რამოდენიმე დამოუკიდებელი პროექტის გაერთიანებას:

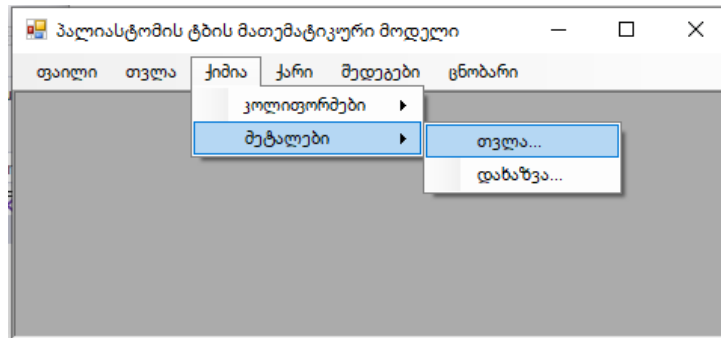
- ორგანზომილებიანი დინამიკური მოდელის შესაბამისი პროექტი,
- პასიური მინარევის გავრცელების მოდელის შესაბამისი პროექტი,
- მიღებული შედეგების გრაფიკულად წარმოდგენის პროექტები,
- წყლის ნაკადების დინამიკაზე ქარის ზემოქმედების რიცხვითი მოდელი,
- პალიასტომის ტბაში მიკრობიოლოგიური ორგანიზმების გავრცელების მათემატიკური მოდელი.

მოცემული ნაშრომში წარმოდგენილია ახალი პროექტი, რომელიც ზემოთხსენებული აპლიკაციის შევსება-დანამატს წარმოადგენს და ახორციელებს ტბის ფსკერულ ნალექებში მძიმე მეტალების განაწილების რიცხვით მოდელირებას.

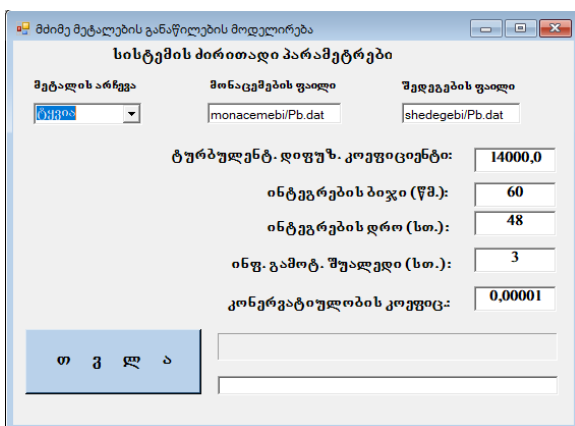
ნაშრომში წარმოდგენილი მოდელები განხორციელებულია Windows - ის სტანდარტული დანართის სახით, რომელიც შესრულებულია Visual Studio 2022-ში C++ ენაზე. მიღებული აპლიკაციის სათაო გვერდი შემდეგნაირად გამოიყურება (ნახ. 1.).

ამ აპლიკაციაში მენიუს პუნქტი „ქიმია ► მეტალები“ ემსახურება მოცემულ ნაშრომში წარმოდგენილი მოდელის რეალიზაციას. აღნიშნული პუნქტი დღეისათვის შეიცავს ორ ქვეპუნქტს:

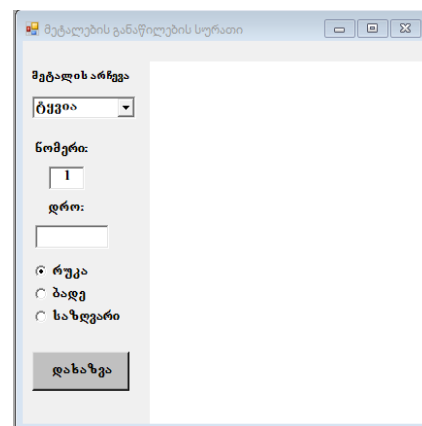
- პუნქტი „თვლა...“ - ახორციელებს მოდელის შესაბამისი მათემატიკური ამოცანის რიცხვით რეალიზაციას (ნახ.2.). შესაბამისი დანართი ითვალისწინებს ხუთი სხვადასხვა მეტალის განაწილების გათვლას, თუმცა შესაბამისი საწყისი და სასაზღვრო პირობების არსებობის შემთხვევაში შეიძლება მათი რაოდენობის გაზრდა.
- პუნქტი „დახაზვა...“ - ახორციელებს მოდელის რეალიზაციის შედეგად მიღებული სკალარული ველების დახაზვას იზოწირების სახით (ნახ. 3.).



ნახ. 1. მოდელის სათაო გვერდი



ნახ. 3. შედეგების დახაზვა



ნახ. 2. პარამეტრების არჩევა

ამოცანის დასმა: განვიხილოთ ორგანოზომილებიანი $D(x, y)$ არე, რომლის საზღვარი S - აღიწერება ფსკერის რელიეფისა $h(x, y)$ და წყლის თავისუფალი ზედაპირის $-\xi(x, y, t)$ თანაკვეთით. წყალში მიკრობიოლოგიური ორგანიზმების გავრცელების პროცესების შესასწავლად D არეში განვიხილოთ სუბსტანციის გადატანისა და ტურბულენტური დიფუზიის განტოლება, რომელსაც შემდეგი სახე გააჩნია [4]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + PF = \mu_b \Delta F + Q \quad (1)$$

სადაც F - სუბსტანციის კონცენტრაცია; u , და v წყლის ნაკადის სიჩქარის კომპონენტებია შესაბამისად ox და oy ღერძების გასწვრივ; P - სუბსტანციის კონსერვატიულობის კოეფიციენტი (ის წარმოადგენს შესაბამისი მეტალის დაშლის პერიოდის მახასიათებელს); μ_b - ჰორიზონტალური ტურბულენტური დიფუზიის კოეფიციენტი; ფუნქცია Q - აღწერს სუბსტანციის შესაძლო წყაროების ადგილმდებარეობასა და მათ სიმძლავრეს; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ -

ორგანოზომილებიანი ლაპლასის ოპერატორია.

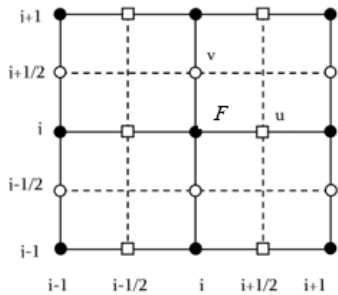
წყლის ნაკადის სიჩქარის კომპონენტები u და v აიღება დინამიკური მოდელის რეალიზაციით მიღებული შედეგებიდან.

სუბსტანციის გავრცელების განტოლების ამონახსნი D არეში უნდა ვეძებოთ შემდეგი

სასაზღვრო და საწყისი პირობებით:

$$\frac{\partial F}{\partial n} = 0 \quad S - \text{ზე}$$

$$F = F^0 \quad \text{როცა } t = t_0 \quad (2)$$



ნახ. 4. სხვაობიანი ბადის კონსტრუქცია

(1),(2) არაწრფივი და არასტაციონალური ამოცანის ამოსახსნელად დიფერენციალური ოპერატორები იცვლება მათი სხვაობიანი ანალოგებით. ამისათვის შევცვალოთ განსახილველი უწყვეტი D არე D_h დისკრეტულით, ხოლო უწყვეტი ფუნქციები u , v და F შესაბამისი u^h , v^h და F^h ბადური ფუნქციებით. D_h არის ჰორიზონტალური კონსტრუქცია გამოსახულია ნახ. 4-ზე. ბადეზე ძირითად (i, j) წერტილებთან ერთად გამოიყენება შუალედურებიც $(i+1/2, j)$ და $(i, j+1/2)$.

შევნიშნოთ, რომ სამიხებილი ფუნქცია F ითვლება სხვაობიანი ბადის ძირითად წერტილებში (i, j) , ხოლო u და v ფუნქციები გადაადგილებული არიან ძირითადი წერტილების მიმართ ნახევარი ბიჯით შესაბამისად ox და oy ღერძების გასწვრივ. საბოლოოდ ამოცანის სასრულ სხვაობიანი ანალოგის აგება ხორციელდება ცენტრალური სხვაობებით ისეთნაირად, რომ ის ახორციელებს საწყისი ამოცანის სივრცითი ოპერატორის მეორე რიგის აპროქსიმაციას გეომეტრიული კოორდინატების მიმართ თანაბარ ბადეზე.

ამრიგად სივრცითი აპროქსიმაციის შედეგად მივიღებთ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას:

$$\frac{dF_{i,j}}{dt} + u_{i+1/2,j} \frac{F_{i+1,j} - F_{i-1,j}}{2\Delta x} + v_{i,j+1/2} \frac{F_{i,j+1} - F_{i,j-1}}{2\Delta y} + PF_{i,j} = \mu_F \Delta^h F_{i,j} + B^h \quad (3)$$

სადაც,
$$\Delta^h F_{i,j} = \frac{F_{i+1,j} - 2F_{i,j} + F_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{F_{i,j+1} - F_{i,j} + F_{i,j-1}}{\Delta y^2}$$

ამოცანის ინტეგრირება დროის მიხედვით მიმდინარეობს ცხადი სქემით. საბოლოოდ ვღებულობთ ამოცანის რეალიზაციის შემდეგ სქემას:

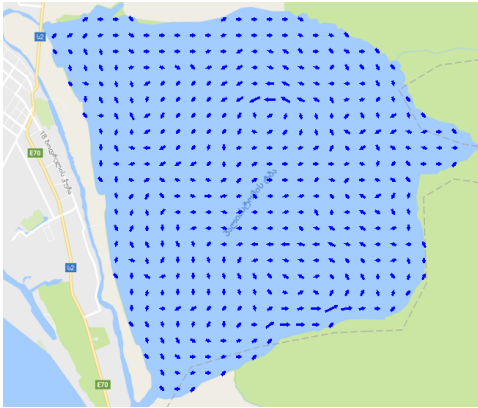
$$F_{i,j}^{n+1} = F_{i,j}^n - \Delta t \cdot A^h F_{i,j}^n \quad (4)$$

სადაც: A^h - საწყისი ამოცანის შესაბამისი სივრცითი ოპერატორის სხვაობიანი ანალოგია, ხოლო Δt - კი ინტეგრების ბიჯია დროის მიხედვით.

წარმოდგენილი მოდელის სარეალიზაციოდ შექმნილია პროგრამული კოდები C++ ენაზე და შესაბამისი პროექტი ინტეგრირებულია ზემოთაღწერილ აპლიკაციაში.

რიცხვითი ექსპერიმენტები: მოდელის მეშვეობით ჩატარებული იქნა მრავალრიცხოვანი ექსპერიმენტები პალიასტომის ტბისათვის. ტბის ფსკერული ნალექების შემადგენლობის ფორმირება და გადანაწილება მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია ბასეინში წყლის ნაკადების დინამიკაზე. ამ უკანასკნელს კი მოცემულ შემთხვევაში ძირითადად ატმოსფერული ქარის ზემოქმედება განსაზღვრავს.

პალიასტომის ზედაპირზე მოქმედი ატმოსფერული ქარის შესახებ ინფორმაციის მოსაპოვებლად ჩვენ ხანგრძლივად ვაკვირდებოდით გარემოს ეროვნული სააგენტოს საიტზე



ნახ. 5. წყლის ნაკადების
ცირკულაციის სქემა.

(<http://meteo.gov.ge>) გამოქვეყნებულ ინფორმაციას ფოტოში ამინდის შესახებ. აღნიშნული ინფორმაციის ანალიზის საფუძველზე შეიძლება ითქვას, რომ მოცემულ ტერიტორიაზე დომინირებს შავი ზღვის მხრიდან მონაბერი, დასავლეთის ქარი - საშუალოდ 10-15 მ/წმ სიჩქარით. ასეთი ქარის ზემოქმედების პირობებში ჩატარებული გათვლებების შედეგად პალიასტომის ტბაში ყალიბდება წყლის მასების ცირკულაციის სქემა, რომელიც ნახ. 5.-ზე არის წარმოდგენილი. მოცემული შედეგის მიხედვით ტბის სამხრეთ და ჩრდილოეთ ნაწილებში აშკარად შეინიშნება ციკლონური ხასიათის წრებრუნვები, რომელთა

ფონზეც დასავლეთ და აღმოსავლეთ სანაპიროებთან ფორმირდება რამდენიმე შედარებით მცირე ზომის საპირისპირო მიმართულების ანტიციკლონური დინებები. წყლის ნაკადების მაქსიმალური სიჩქარე აღწევს 40 სმ/წმ-ს.

რიცხვით ექსპერიმენტებში განიხილებოდა გადატანა-დიფუზიის პროცესების შედეგად პალიასტომის ტბის ფსკერულ ნალექებში მეტალების განაწილების სავარაუდო ცვლილების ამოცანა. ამასთან ფსკერულ ნალექებში სხვადასხვა მეტალების განაწილების საწყისი ველები (ნახ. 6.) მიღებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის თანამშრომელთა მიერ 2017 წლის მაისში ჩატარებული ექსპერიმენტული მონაცემების სტანდარტულ ბადეზე ინტერპოლაციის შედეგად [5].

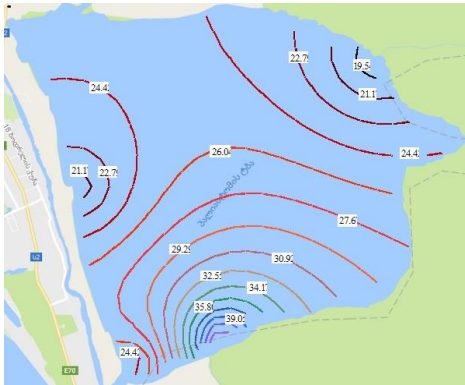
მოცემულ პირობებში რიცხვითი ექსპერიმენტები ტარდებოდა შესაბამისი ველების კვაზისტაციონალური მდგომარეობის ჩამოყალიბებამდე. მიღებული შედეგები გამოსახულია ნახ. 7-ზე

მოცემული შედეგების შედარება საწყის მონაცემებთან (ნახ. 6.) გვიჩვენებს, რომ წყლის ნაკადების ცირკულაცია განაპირობებს სუბსტანციის გადატანით პროცესებს ნაკადის მოძრაობის მიმართულებით, რის შედეგადაც ყველა ნახაზზე შეინიშნება საწყისი ველების კონცენტრაციის გადაადგილება ტბის სამხრეთ ნაწილში დასავლეთიდან - აღმოსავლეთისაკენ, ხოლო ტბის ჩრდილოეთ ნაწილში კი - საპირისპირო მიმართულებით. რაც შეეხება დიფუზიურ პროცესებს, ნახაზებია სჩანს, რომ კონცენტრაციის მაქსიმალურ და მინიმალურ მნიშვნელობებს შორის სხვაობა შემცირებულია და ეს პროცესი ძალიან ნელი ტემპით შემდგომშიც გრძელდება.

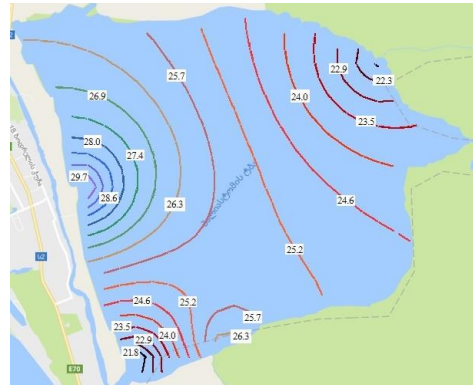
დასკვნა: ჩატარებული რიცხვითი ექსპერიმენტების შედეგებიდან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ წარმოდგენილი მოდელი რეალისტურად აღწერს გარემოში მიმდინარე ფიზიკურ პროცესს და ის შეიძლება წარმატებით იქნას გამოყენებული რეალური ამოცანების შესასწავლად.

წარმოდგენილ ექსპერიმენტებში მონაცემების არარსებობის გამო არ ყოფილა გათვალისწინებული სუბსტანციის წარმოქმნის შესაძლო წყაროები და მათი სიმძლავრე. ასეთი ინფორმაციის არსებობის შემთხვევაში მიღებული თვლის შედეგები რა თქმა უნდა ბევრად უფრო საინტერესო და პრაქტიკული მნიშვნელობის გახდება.

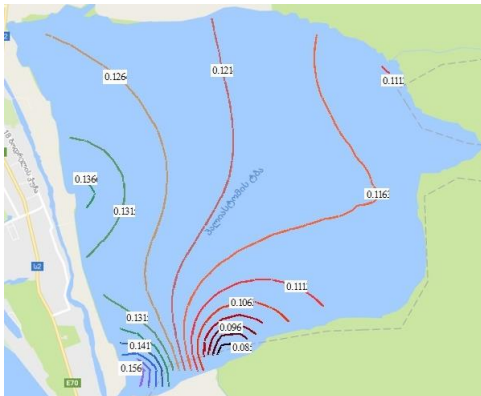
a)



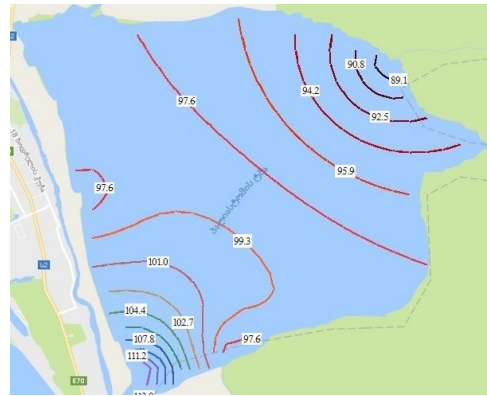
b)



გ)

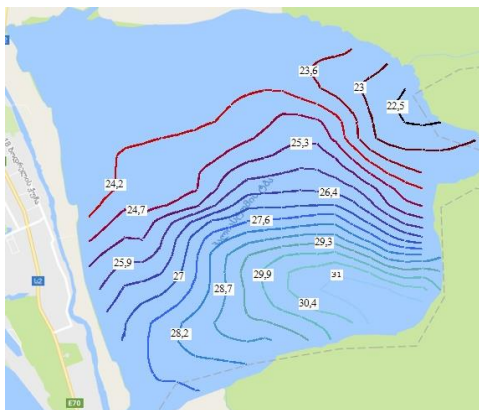


დ)

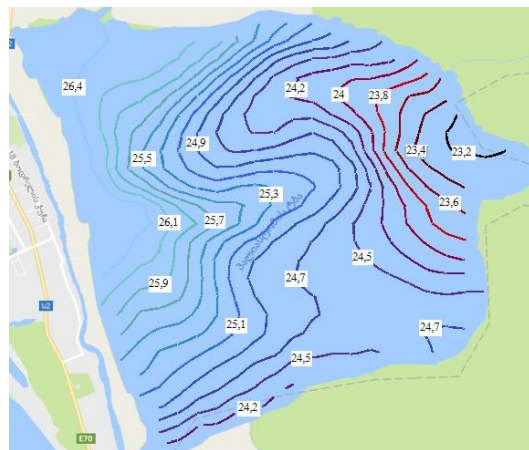


ნახ. 6. ექსპერიმენტულად მიღებული მძიმე მეტალების განაწილება პალიასტომის ფსკერულ ნალექებში ა) სპილენძი, ბ) ტყვია, გ) მანგანუმი, დ) თუთია

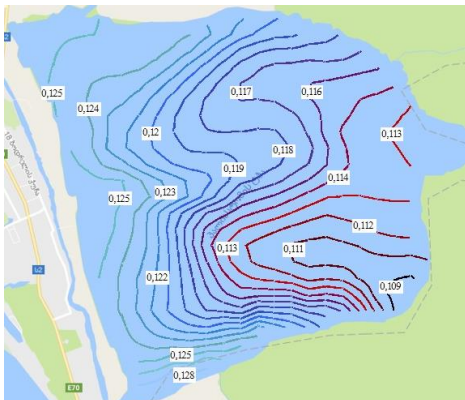
a)



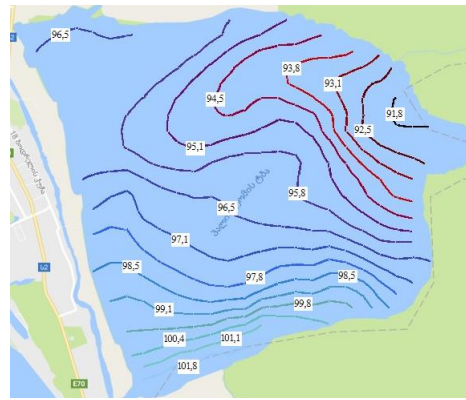
b)



ბ)



დ)



ნახ. 7. თელის შედეგად მიღებული მეტალების განაწილება პალიასტომის ფსკერულ ნალექებში ა) სპილენძი, ბ) ტყვია, გ) მანგანუმი, დ) თუთია

ატმოსფერული ზემოქმედების შესახებ უწყვეტი ინფორმაციის არსებობის შემთხვევაში მოდელის საშუალებით შესაძლებელია მონიტორინგის განხორციელება.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. გირგვლიანი ა. წყლის ნაკადების დინამიკური მახასიათებლების რიცხვითი მოდელირება „ბრტყელი“ წყალსაცავებისათვის. // აწსუ მოამბე, ქუთაისი, 2015, № 2(6), გვ. 132-138
2. გირგვლიანი ა. წყალსაცავებში წყლის ნაკადების ჰორიზონტალური ცირკულაციის მათემატიკური მოდელირება.// აწსუ მოამბე, ქუთაისი, 2016, № 1(7), გვ. 145-151
3. გირგვლიანი ა. ტბის ჰიდროლოგიური მახასიათებლების რიცხვითი მოდელის რეალიზაცია Visual C++-ზე.//VIII საერთაშორისო სამეცნიერო - პრაქტიკული კონფერენცია „ინტერნეტი და საზოგადოება“, ქუთაისი, 2017, გვ. 110-115.
4. გირგვლიანი ა. ტბაში მავნე მიკროორგანიზმების გავრცელების რიცხვითი მოდელირება. საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია „ეკოლოგიის თანამედროვე პრობლემები“. თბილისი-თელავი, 2020, გვ. 244-248.
5. Abramia G., Gverdsiteli L., Eristavi D., Kalandadze B., Girgvliani A., Weber G., Honecker U., Kubiniok J. New Challenges Towards the Ecological Management of Paliastomi Lake Will Significantly Improve the Local Environment With Far-Going Positive Global Consequences. May 19th, 2021- 46 p. This work is

licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-473004/v1>

Numerical modeling of the distribution of heavy metals in bottom sediments of Paliastom Lake

Girgvliani A., Dzneladze A.

Summary

The paper presents a two-dimensional numerical model of the distribution of heavy metals in the bottom sediments of Paliastom Lake. The mentioned model is included in the project developed for modeling the dynamic characteristics of "flat" reservoirs and is implemented in C++ language in the Visual Studio environment. Validation of the model is carried out by numerical experiments for different metals. The article presents the results of the simulation experiments conducted in order to predict the possible distribution of metals under the conditions of probable model atmospheric exposure.

სექცია - Section

II

ლანდშაფტის ეკოლოგია და კლიმატის ცვლილება

Langshcape ecology and Climat change